SEPREN: Journal of Mathematics Education and Applied
Vol. 02, No.01, 9-15

Pemodelan Matematika dalam Pendidikan

Hardi Tambunan

Pendidikan Matematika, FKIP Universitas HKBP Nommensen, Medan
tambunhardi@gmail.com

Abstract

The ability of students is an important element in the implementation of learning. Knowing students' abilities towards subjects is a must to know the quality of students, teachers and schools, it is also useful for further action for education managers. To find out the overall ability of students to certain subject matter requires an approach that can be used. This study aims to create a mathematical model that can be used to determine students' mathematical abilities after learning at school. Based on the test results, and the completion of the mathematical models created, it can be obtained a description of the cognitive aspects of students' mathematical abilities.

Keywords: Mathematical modeling, student ability, cognitive aspects

Abstrak

Kemampuan siswa satu unsur penting dalam pelaksanaan pembelajaran. Mengetahui kemampuan siswa terhadap mata ajar adalah suatu keharusan untuk mengetahui kualitas siswa, guru dan sekolah, juga berguna untuk tindakan lanjutan bagi pengelola pendidikan. Untuk mengetahui kemampuan siswa secara menyeluruh terhadap materi pelajaran tertentu diperlukan suatu pendekatan yang dapat digunakan. Studi ini bertujuan untuk membuat suatu model matematika yang dapat digunakan untuk mengetahui kemampuan matematika siswa setelah pembelajaran di sekolah. Berdasarkan hasil tes, dan penyelesaian model matematika yang dibuat dapat diperoleh gambaran kemampuan matematika siswa aspek kognitif.

Kata kunci: Pemodelan matematika, kemampuan siswa, aspek kognitif

1. Pendahuluan

Kualitas pendidikan satu isu penting dalam pendidikan. Kualitas pendidikan ditandai dengan ukuran besaran nilai prestasi siswa yang diperoleh berdasarkan kemampuan siswa terhadap materi pelajaran. Kemampuan adalah daya untuk melakukan suatu tindakan sebagai hasil dari latihan (Sunarto & Hartono, 2008), kemampuan adalah keterampilan untuk melakukan sesuatu dengan baik (Tambunan, 2020). Mengukur kemampuan siswa dalam satuan tingkat pendidikan bermanfaat untuk mengetahui penguasaan siswa, kualitas hasil pembelajaran, dan kualitas guru. Menurut Goe & Stickler (2008) bahwa prestasi siswa terkait dengan kualitas guru. Kemampuan siswa berhubungan dengan kualitas guru (Bonney, et al, 2015). Oleh karena itu, mengetahui kemampuan siswa terhadap mata ajar mejadi suatu keharusan yang berguna untuk tindakan lanjutan bagi guru dan pengelola pendidikan.

Untuk mengukur kemampuan siswa terhadap aspek kognitif untuk setiap tujuan pembelajaran yang akan dicapai mungkin guru dapat mengalami hambatan atau masalah. Hal itu dapat disebabkan, guru tidak mengetahui evaluasi atau pendekatan apa yang dapat digunakan. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah tersebut adalah dengan pendekatan matematis, yaitu aplikasi matematika terhadap pemecahan masalah dalam pendidikan yang disebut pemodelan matematika dari suatu masalah. Pendekatan dengan pemodelan matematika sudah banyak digunakan dalam pengembangan dan pemecahan masalah dalam pendidikan, seperti pengalokasian jurusan mahasiswa (Anwar & Bahaj, 2003), penjadwalan mata kuliah pada universitas (Daskalak, 2004), (Ribi, 2010), penjadwalan ruangan kuliah (Hutomo, 2011), menandai lokasi materi ujian matematika teknik (Junoh, et al, 2012), pemetaan kemampuan siswa (Tambunan, 2016), mengetahui letak kemampuan siswa (Tambunan, 2016), menelususri kemampuan siswa (Tambunan, 2016), merancang pembelajaran dengan program linier (Tambunan, 2017), dan mengetahui hasil belajar siswa (Tambunan & Mawengkang, 2018). Dalam penelitian ini disajikan suatu pemodelan matematika yang dapat digunakan untuk mengetahui kemampuan matematika siswa aspek kognitif setelah pembelajaran di sekolah.

2. Pemodelan Matematika

Untuk mempermudah pemecahan suatu permasalahan sehari-hari dapat dinyatakan dalam simbol-simbol matematika yang disebut sebagai model matematika dari masalah. Model matematika merupakan gambaran dari kondisi yang disajikan dari masalah sehari-hari menjadi masalah matematika. Bila suatu masalah dapat diterjemahkan ke dalam bahasa matematika maka disebut model matematika dari masalah. *The mathematical model of a system is the collection of mathematical relationships which, for the purpose of developing a design or plan, characterize the set of feasible solutions of the system* (Danzing & Thapa 1997).

Pemodelan matematika adalah suatu langkah-langkah yang dilakukan untuk memperoleh pemecahan masalah dengan memanfaatkan fungsi metematika melalui konteks dunia nyata. Model matematika yang dihasilkan dari suatu masalah terdiri dari fungsi tujuan dan beberapa batasan atau kendala dalam bentuk fungsi. Tujuan pemecahan model matematika adalah untuk mengoptimalkan (memaksimalkan atau meminimalkan) suatu tujuan. Beberapa tahap untuk pemodelan matematika, yaitu (1) mendefinisikan masalah, (2) identifikasi variable dan parameter untuk mempermudah pemodelan, (3) formulasikan masalah ke dalam model matematika yang meliputi fungsi tujuan, kendala, dan syarat yang diperlukan, (4) selesaikan model (Hiller & Lieberman, 2005). Bila memungkinkan selesaikan model secara manual. Untuk mempermudah pemecahan model dapat digunakan software yang tersedia, seperti LINDO, LINGO, Microsoft Office Excel Solver, atau lainnya, (5) implementasi hasil. Tahap ini menggambarkan ketercapain optimalitas (minimum atau maksimum) tujuan. Sehingga dapat digunakan sebagai pengambilan keputusan untuk kebijakan selanjutnya.

3. Pemodelan Matematika dalam Pendidikan

Banyak masalah dalam pendidikan yang dapat dimodelkan secara matematis, seperti masalah kemampuan siswa aspek kognitif. Umumnya, untuk mengetahui kemampuan siswa aspek kognitif dapat dilihat melalui penguasaan siswa terhadap materi ajar. Aspek kognitif meliputi tujuan yang berkenaan dengan informasi atau pengetahuan, pemecahan masalah, prediksi serta aspek belajar yang lain (Hamzah & Muhlisrarini, 2014). Secara umum, ukuran dan jenjang kemampuan siswa aspek kognitif didasari Taksonomi Bloom yang dikembangkan oleh ahli psikologi pendidikan Benjamin Bloom (1956) yaitu pengetahuan (C1), pemahaman (C2), penerapan (C3), analisis(C4), sintesis (C5), dan evaluasi (C6). Sehingga untuk keenam aspek kognitif tersebut, dan beberapa topik materi pelajaran dapat dibuat model matematika.

Berdasarkan hasil test untuk pengukuran kemampuan enam aspek kognitif untuk m topik materi pelajaran dapat dinyatakan data awal seperti dalam table 1 berikut.

Tabel 1. Data awal hasil test

Topik	Aspek.						
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	$\sum$
1	c_{11}	c_{12}	c_{13}	c_{14}	c_{15}	c_{16}	p_1
2	c_{21}	c_{22}	c_{23}	c_{24}	c_{25}	c_{26}	p_2
3	c_{31}	c_{32}	c_{33}	c_{34}	c_{35}	c_{36}	p_3
.	.	.	.	.	.	.	.
m	c_{m1}	c_{m2}	c_{m3}	c_{m4}	c_{m5}	c_{m6}	p_m
$\sum$	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	

Dimana C_j adalah aspek kognitif ke-*j*, *j=1,…,6*, c_{ij} adalah jumlah siswa yang menjawab benar pada setiap topik ke-*i*, *i=1,…,m* pada aspek C_j, p_i adalah jumlah siswa yang menjawab benar topik ke-i untuk semua C_j, dan r_j adalah jumlah siswa yang menjawab benar topik ke-*i* pada setiap C_j. Berdasarkan data pada tabel 1, selanjutnya dibentuk variabel dan parameter yang diperlukan maka tabel data awal hasil test dan variabel dapat dinyatakan dalam tabel 2 berikut

Tabel. 2 Persiapan pemodelan

Topik	Variabel	Aspek						
		C1	C2	C3	C4	C5	C6	$\sum$
1	X_1	$c_{11}X_{11}$	$c_{12}X_{12}$	$c_{13}X_{13}$	$c_{14}X_{14}$	$c_{15}X_{15}$	$c_{16}X_{16}$	p_1
2	X_2	$c_{21}X_{21}$	$c_{22}X_{22}$	$c_{23}X_{23}$	$c_{24}X_{24}$	$c_{25}X_{25}$	$c_{26}X_{26}$	p_2
3	X_3	$c_{31}X_{31}$	$c_{32}X_{32}$	$c_{33}X_{33}$	$c_{34}X_{34}$	$c_{35}X_{35}$	$c_{36}X_{36}$	p_3
.	.	.	.	.	.	.	.	.
m	X_m	$c_{m1}X_{m1}$	$c_{m2}X_{m2}$	$c_{m3}X_{m3}$	$c_{m4}X_{m4}$	$c_{m5}X_{m5}$	$c_{m6}X_{m6}$	p_m
$\sum$		r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	

3.1. Notasi

Misalkan: (i, j) : Indeks untuk butir soal dan aspek kemampuan

C_j : Aspek kemampuan ke-*j*, ,*j*= $1, \dots, q$

Variabel:

X_i : Variabel butir soal ke-*i*, $i = 1, \dots, p$

X_{ij} : Variabel butir soal ke *i* pada A_j

Parameter:

J_{ij} : Jumlah siswa yang menjawab benar pada setiap butir soal ke-*i* untuk semua C_j

N_{ij}: Jumlah maksimum bila semua siswa menjawab benar pada setiap butir soal ke *i* untuk semua C_j

b_i : Jumlah butir soal ke-*i* untuk semua C_j

b_j : Jumlah semua butir soal ke-*i* pada setiap C_j

S_i : Jumlah siswa yang menjawab benar butir soal ke *i* untuk semua C_j

S_j : Jumlah siswa yang menjawab benar butir soal ke *i* pada setiap C_j

T_i : Jumlah maksimum bila semua siswa menjawab benar butir soal ke-*i* untuk semua C_j

T_j : Jumlah maksimum bila semua siswa menjawab benar butir soal ke-*i* pada setiap C_j

3.2. Model matematika

a. Fungsi Tujuan

$$Maks\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q}X_{ij} \quad (1)$$

b. Kendala

Kendala persamaan (2) adalah jumlah butir soal untuk semua aspek kemampuan sebanyak *I* butir

$$\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q}X_{ij} \leq I \quad (2)$$

Kendala persamaan (3) adalah untuk memastikan jumlah butir soal untuk semua aspek kemampuan

$$\sum_{j=1}^{q}X_{ij} \leq b_i, i=1,\ldots,p \quad (3)$$

Kendala persamaan (4), adalah untuk memastikan jumlah butir soal untuk setiap aspek kemampuan.

$$\sum_{i=1}^{p}X_{ij} \leq b_j, j=1,\ldots,q \quad (4)$$

Kendala persamaan (5) adalah untuk memastikan jumlah siswa yang menjawab benar butir soal untuk semua aspek kemampuan.

$$\sum_{j=1}^{q}J_{ij}X_{ij} \leq S_i, i=1,\ldots,p \quad (5)$$

Kendala persamaan (6) adalah untuk memastikan jumlah siswa menjawab butir soal untuk setiap aspek kemampuan.

$$\sum_{i=1}^{p}J_{ij}X_{ij} \leq S_j, j=1,\ldots,q \quad (6)$$

Kendala persamaan (7) adalah untuk memastikan jumlah maksimum siswa bila menjawab benar semua butir soal untuk semua aspek kemampuan.

$$\sum_{j=1}^{q}n_{ij}X_{ij} \leq T_i, i=1,\ldots,p \quad (7)$$

Kendala persamaan (8) adalah untuk memastikan jumlah maksimum siswa bila menjawab benar semua butir soal untuk setiap aspek kemampuan.

$$\sum_{i=1}^{p}n_{ij}X_{ii} \leq T_j, j=1,\ldots,q \quad (8)$$

Kendala persamaan (9) adalah selisih jumlah maksimum bila semua siswa menjawab benar dengan jumlah siswa yang menjawab benar untuk semua aspek kemampuan

$$\sum_{j=1}^{q}n_{ij}X_{ij} - \sum_{j=1}^{q}a_{ij}X_{ij} \leq T_i, i=1,\ldots,p \quad (9)$$

Kendala persamaan (10) adalah selisih jumlah maksimum bila semua siswa menjawab benar dengan jumlah siswa yang menjawab benar untuk setiap aspek kemampuan.

$$\sum_{i=1}^{p}n_{ij}X_{ii} - \sum_{i=1}^{p}a_{ij}X_{ij} \leq T_j, j=1,\ldots,q \quad (10)$$

Dimana $X_{ij} = 1$ atau $X_{ij} = 0$.

Untuk memperoleh gambaran kemampuan matematika siswa dengan menggunakan model matematika yang dibuat maka dapat dilakukan tes kepada siswa. Berdasarkan hasil tes dapat diperoleh jumlah siswa yang menjawab benar setiap butir soal yang ke-i dan aspek kemampuan yang ke-j atau besaran parameter J_{ij}. Selanjutnya semua nilai parameter digantikan ke persamaan (2)-(10). Sehingga dengan menyelesaikan model matematika dapat dipeoleh nilai variabel X_{ij} bernilai 1 atau 0. Artinya, bila X_{ij}=1 maka siswa mempunnyai kemampuan di butir soal X_{ij}, sedangkan apabila $X_{ij} = 0$ maka siswa tidak mempunyai kemampuan di butir soal X_{ij}. Sehingga dapat diperoleh maksimum butir soal yang dapat dijawab sesuai dengan kemampuan siswa, dan hal itu menggambarkan kemampuan matematika siswa yang sedang diuji.

3.3. Hasil Perhitungan

Berdasarkan hasil test kemampuan terhadap 1144 siswa kelas 12 Sekolah Menengah Atas untuk tiga aspek kognititf dalam materi pelajaran matematika, diperoleh hasil seperti dalam tabel 3 berikut.

Table 3. Hasil Test

No.	Sub Topic	Aspek			$\sum$
		C1	C2	C3	
1	Perpangkatan dan logaritma	722	865	401	1988
2	Persamaan dan pertidaksamaan	461	679	423	1563
3	Program linier	720	685	900	2305
4	Persamaan dan fungsi kuadrat	571	484	498	1553
5	Trigonometri	500	443	549	1492
6	Logika matematika	647	869	620	2136
7	Statistik	796	566	440	1802
8	Polynom	395	694	513	1602
9	Invers dan komposisi fungsi	745	612	396	1753
10	Barisan dan deret	752	589	638	1979
11	Matriks	837	536	444	1817
12	Vector	681	319	416	1416
13	Transformasi	432	529	544	1505
14	Geometri	488	516	487	1491
15	Limit dan diferensial	362	241	537	1140
16	Integral	432	607	384	1423
$\sum$		9541	9234	8190	26965

Berdasarkan data pada table 3, selanjutnya data tersebut disubsitusi ke model matematika (1)-(10), sehingga diperoleh fungsi tujuan dan kendala dalam bentuk linier. Berdasarkan penyelesaian model matematika tersbut dengan bantuan aplikasi LINDO 6.1, diperoleh hasil seperti output berikut ini.

```
LP OPTIMUM FOUND AT STEP 53
OBJECTIVE VALUE =   34.6220169
 ENUMERATION COMPLETE. BRANCHES=  8 PIVOTS=  150
LAST INTEGER SOLUTION IS THE BEST FOUND
RE-INSTALLING BEST SOLUTION...
 OBJECTIVE FUNCTION VALUE
 1)      25.00000

VARIABLE     VALUE        REDUCED      VARIABLE     VALUE        REDUCED
```

	COST			COST	
X11	1.000000	-1.000000	X91	1.000000	-1.000000
X12	1.000000	-1.000000	X92	1.000000	-1.000000
X13	0.000000	-1.000000	X93	0.000000	-1.000000
X21	0.000000	-1.000000	X101	0.000000	-1.000000
X22	1.000000	-1.000000	X102	1.000000	-1.000000
X23	0.000000	-1.000000	X103	1.000000	-1.000000
X31	1.000000	-1.000000	X111	1.000000	-1.000000
X32	1.000000	-1.000000	X112	1.000000	-1.000000
X33	1.000000	-1.000000	X113	0.000000	-1.000000
X41	0.000000	-1.000000	X121	1.000000	-1.000000
X42	1.000000	-1.000000	X122	0.000000	-1.000000
X43	0.000000	-1.000000	X123	0.000000	-1.000000
X51	0.000000	-1.000000	X131	1.000000	-1.000000
X52	1.000000	-1.000000	X132	0.000000	-1.000000
X53	0.000000	-1.000000	X133	0.000000	-1.000000
X61	0.000000	-1.000000	X141	0.000000	-1.000000
X62	1.000000	-1.000000	X142	1.000000	-1.000000
X63	1.000000	-1.000000	X143	0.000000	-1.000000
X71	1.000000	-1.000000	X151	1.000000	-1.000000
X72	1.000000	-1.000000	X152	0.000000	-1.000000
X73	0.000000	-1.000000	X153	0.000000	-1.000000
X81	0.000000	-1.000000	X161	1.000000	-1.000000
X82	1.000000	-1.000000	X162	0.000000	-1.000000
X83	1.000000	-1.000000	X163	0.000000	-1.000000

Berdasarkan output hasil perhitungan bahwa nilai objective function (Z=25). Artinya jumlah maksimum butir soal yang sudah dikuasai oleh siswa peserta test sebanyak 25 dari 48 butir soal, atau 52%. Hal itu menunjukkan, capaian hasil belajar tidak tuntas sesuai dengan kriteria, yaitu minimal sebesar 75% (BNSP, 2006, Sudrajat, 2008).

4 Kesimpulan

Kemampuan siswa satu unsur penting untuk mengetahui kualitas hasil pembelajaran. Untuk mengetahui kemampuan siswa secara menyeluruh terhadap materi pelajaran tertentu diperlukan suatu pendekatan yang dapat digunakan. Dalam penelitian ini telah dibuat satu pemodelan matematika yang digunakan untuk mengetahui kemampuan matematika siswa setelah pembelajaran di sekolah. Model matematika dibuat berdasarkan sebaran materi dan tujuan pembelajaran matematika dengan aspek pengetahuan, pemahaman dan aplikasi. Berdasarkan hasil penyelesaian model, dapat diperoleh gambaran kemampuan matematika siswa terhadap ketiga aspek kognitif tersebut.

Daftar Pustaka

Anwar, A.A; & Bahaj, A.S. (2003). Student Project Allocation Using Integer Programming. *IEEE Transactions on Education*. Vol. 46, No.3, 53-59

Bloom, B. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives, the Classification of Educational Goals*. Susan Fauer Company Inc.

BNSN. (2006). *Panduan Penyusunan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan Jenjang Pendidikan Dasar dan Menengah*. Badan Nasional Standar Pendidikan

Bonney, et al. (2015). The Relationship Between the Quality of Teachers and Pupils Academic Performance in the STMA Junior High Schools of the Western Region of Ghana. *Journal of Education and Practice*, 6(24), 139-150

Danzing, G.B., & Thapa, M. N. (1997). *Linear Programming*. Spinger.

Daskalaki, S., Birbas, T., & Housos, E. (2004). An Integer Programming Formulation for a Case Study in University Timetabling. *European Journal of Operational Research*, *153*, 117-135

Goe, L., & Stickler, L.M. (2008). *Teacher Quality and Student Achievement: Making the Most of Recent Research*. National Comprehensive Center For Teacher Quality. Washington, DC

Hamzah, H.M., dan Muhlisrarini. (2014). *Perencanaan dan Strategi Pembelajaran Matematika*. Jakarta: Rajawali Pers

Hillier., F. S., & Lieberman, G. J. (2005). *Introduction to Operation Research* (8th Edition). New York: The McGraw-Hill Companies. Inc

Hutomo, I. (2011). Implementasi Algoritma Integer Linier Programming untuk Sistem Informasi Penjadwalan Ruangan di Fakultas Ilmu Komputer Universitas Indonesia. *Journal of Information Systems*, 7(1), 26-33

Junoh, A. K, et al. (2012). Classification of Examination Marks according to Bloom's Taxonomy by Using Binary Linear Programming. *IACSIT Press, Singapore, IPCSIT*, vol. 36, 20-25

Ribi, S., & Konjicija, S. A. (2010). Two Phase Integer Linear Programming Approach to Solving the School Timetable Problem. *Proceedings of the ITI 2010 32nd Int. Conf. on Information Technology Interfaces*, Croatia, 1-5

Sudrajat, A. (2008). *Kriteria Ketuntasan Minimal*, 1-3. https://akhmadsudrajat. files.wordpress.com /2008/08/penetapan-kkm.pdf

Sunarto, H., dan Hartono, A. (2008). *Perkembangan Peserta Didik*. Jakarta: Rineka Cipta

Tambunan, H. (2016). Mathematical Model for Mapping Students' Cognitive Capability. *International Journal of Evaluation and Research in Education (IJERE).* Vol.5, No.3, 221-226

Tambunan, H. (2016). Model Matematika Untuk Mengetahui Kemampuan Matematika Siswa. *Prosiding SiManTap*, 7(1), 109-112

Tambunan, H. (2016). Program Linier Integer Untuk Mengetahui Kemampuan Matematika Siswa. *Saintech*, 8(4), 13-16

Tambunan, H. (2017). Designing Multimedia Learning for Solving Linear Programming. *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, 13(7), 2965-2017

Tambunan, H., and Mawengkang, H. (2018). Integer Linear Programming Approach for Detection Learning Outcomes. *Far East Journal of Mathematics Science (FJMS)*, 105 (1), 95-109

Tambunan, H., Sinaga. B, dan Widada, W. (2020). Kemampuan Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika dengan Strategi Heuristik. *SEPREN: Journal of Mathematics Education and Applied*, Vol. 01, No.02, 28-33