

Analisis Matematika dan Simulasi Numerik Model Penyebaran Penyakit Leptospirosis pada Manusia dengan Kesadaran Pola Hidup Bersih dan Sehat

Mohammad Iqbal Ainul Yaqin¹, Agil Dwi Agustin², Rudianto Artiono³

^{1, 2, 3} Matematika, Universitas Negeri Surabaya

e-mail: mohammadiqbal.22111@mhs.unesa.ac.id, agildwi.22038@mhs.unesa.ac.id, rudiantoartiono@unesa.ac.id

Abstract

Leptospirosis is a zoonotic disease transmitted through water and animal vektors, particularly rats. This study discusses a mathematical model of leptospirosis transmission in humans, taking into account awareness of clean and healthy living patterns and interactions with rat vektors. The model is formulated as a system of differential equations and analysed using the Next Generation Matrix (NGM) method to determine the basic reproduction number (R_0). Stability analysis is performed through the eigenvalues of the Jacobian matrix at the disease-free equilibrium point. The results of the study show two equilibrium points, namely the disease-free equilibrium and the endemik equilibrium. Numerical simulations show that an increase in the natural mortality rate of (η_R) and the implementation of clean and healthy living habits can reduce the spread of leptospirosis in humans.

Keyword: *Leptospirosis, Clean and Healthy Lifestyle.*

Abstrak

Leptospirosis merupakan penyakit zoonosis yang ditularkan melalui air dan hewan vektor, terutama tikus. Penelitian ini membahas model matematika penyebaran leptospirosis pada manusia dengan mempertimbangkan kesadaran pola hidup bersih dan sehat serta interaksi dengan hewan vektor tikus. Model disusun dalam bentuk sistem persamaan diferensial dan dianalisis menggunakan metode Next Generation Matrix (NGM) untuk menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0). Analisis kestabilan dilakukan melalui nilai eigen dari matriks Jacobian pada titik kesetimbangan bebas penyakit. Hasil penelitian menunjukkan dua titik kesetimbangan, yaitu kesetimbangan bebas penyakit dan kesetimbangan endemik. Simulasi numerik memperlihatkan bahwa peningkatan laju kematian alami tikus (η_R) dan penerapan pola hidup bersih dan sehat dapat menurunkan penyebaran penyakit leptospirosis pada manusia.

Kata Kunci: *Leptospirosis, Pola Hidup Bersih dan Sehat.*

1. Pendahuluan

Leptospirosis adalah penyakit zoonosis yang disebabkan oleh bakteri leptospira (Goarant, 2016). Bakteri ini berbentuk spiral, bersifat motil dan mampu berkembang biak dan bertahan hidup di lingkungan yang basah seperti genangan air atau tanah yang lembap (Susan et al., n.d.). Oleh sebab itu, penyakit leptospirosis umumnya menyerang populasi manusia yang hidup pada ekonomi rendah dan bekerja berhubungan dengan air dan tanah seperti pekerja tambang, pekerja kebun, anggota militer, serta pekerja di rumah pemotongan hewan (Bradley & Lockaby, 2023). Negara dengan curah hujan tinggi memiliki prevalensi penyebaran penyakit leptospirosis lebih tinggi dari pada negara dengan curah hujan yang rendah (Haake & Levett, 2015; Sykes et al., 2022). Menurut *World Health Organization* (WHO) angka kejadian leptospirosis di wilayah lembap, subtropic dan endemik berkisar 10-100 kasus per 100.000 orang, sementara angka kejadian di wilayah endemik berkisar antara 0,1-1 per 100.000 orang pada tahun 2018 (Organization, 2018).

Penyebaran penyakit leptospirosis pada manusia terbagi menjadi dua yaitu penyebaran melalui lingkungan dan penyebaran melalui hewan pembawa (Minter et al., 2017). Hewan pembawa penyakit leptospirosis dikelompokkan menjadi dua yaitu pembawa sementara yang hanya berlangsung dalam beberapa bulan dan pembawa seumur hidup. Beberapa hewan pembawa penyakit leptospirosis diantaranya adalah babi, anjing, kucing, sapi dan tikus (Artiono et al., 2024). Namun hewan pembawa utama penyakit ini adalah tikus, karena tikus dapat membawa bakteri leptospirosis di ginjalnya seumur hidup dan dapat menularkannya melalui urin (Cosson et al., 2014). Penularan penyakit leptospirosis pada manusia dapat terjadi melalui infeksi pada kulit yang luka atau lecet, selaput lendir seperti mata, hidung, atau mulut akibat kontak langsung dengan air atau tanah (Centers for Disease Control & Prevention, 2023).

Penyakit leptospirosis memiliki manifestasi klinis yang mirip dengan penyakit umum lainnya seperti influenza, demam, sakit kepala dan nyeri otot (Rajapakse, 2022). Sehingga penyakit leptospirosis menjadi lebih sulit untuk dideteksi dini. Pada manusia yang terinfeksi akan melalui dua tahapan yaitu tahap subakut dan tahap akut. Tahap subakut ditandai dengan gejala klinis ringan seperti demam tinggi, sakit kepala, dan konjungtival fungsi. Sedangkan pada tahap akut ditandai dengan imun tubuh yang merespon infeksi dan akan mulai mengalami gejala klinis seperti pendarahan pada paru paru, gagal ginjal, penyakit kuning, kolaps hemodinamik, aritmia jantung dan insufisiensi pernapasan. Setelah memasuki minggu pertama, manusia yang terinfeksi bakteri leptospira dapat ditularkan melalui urin (Centers for Disease Control & Prevention, 2018).

Sebagai negara beriklim tropis dengan curah hujan tinggi, Indonesia memiliki risiko tinggi terhadap berbagai penyakit yang ditularkan melalui air (Sutiningsih et al., 2024). Sanitasi air yang tidak terkelola dengan baik menyebabkan banjir dan masih menjadi masalah hingga saat ini, terutama ketika terjadi musim hujan. Bakteri leptospira dapat bertahan hidup dengan baik di lingkungan basah dan lembap, sehingga pada sanitasi yang buruk dan banjir akan menyebabkan potensi penyebaran penyakit leptospirosis. Menurut data dari Kementerian Kesehatan Republik Indonesia (Kemenkes RI) penyakit leptospirosis mengalami kenaikan dan penurunan setiap tahunnya, kasus penyakit leptospirosis pada rentang tahun 2010-2023 kasus terbanyak terjadi pada tahun 2023 sebanyak 2.554 kasus (Kementerian Kesehatan RI, 2019, 2023). Secara global bakteri leptospira telah menyebabkan 1,03 juta kasus dan 58.900 kematian akibat penyakit leptospirosis (Sutiningsih et al., 2024). (Costa et al., 2015).

Air yang terkontaminasi merupakan faktor utama dalam penyebaran penyakit leptospirosis, sehingga penerapan pola hidup bersih dan sehat menjadi aspek penting dalam upaya pencegahan (Ridha Rahayu & Subhan, 2022). Beberapa model telah mempertimbangkan perilaku hidup bersih dan sehat pada populasi manusia, namun belum sepenuhnya menggambarkan dinamika penyebaran leptospirosis secara detail karena belum mempertimbangkan adanya subpopulasi manusia yang terpapar. Oleh karena itu, diperlukan model matematika yang mampu merepresentasikan secara menyeluruh dinamika penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia. Penelitian ini mengembangkan model penyebaran penyakit leptospirosis berdasarkan studi sebelumnya yang dilakukan oleh Artiono et al (Artiono et al., 2024), dan Amalia et al (Amalia & Prawoto, 2024), dengan fokus pada interaksi antara populasi manusia dan hewan vektor yaitu tikus.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini diawali dengan studi literatur untuk membangun model matematika yang merepresentasikan dinamika penyebaran penyakit leptospirosis pada populasi manusia dengan pola hidup bersih dan sehat serta interaksi hewan vektor yaitu tikus. Metode yang digunakan dalam mengkaji model *SSEIR – SI* diantaranya yaitu *Next Generation Matrix*, analisis kestabilan, linearisasi, serta simulasi numerik untuk visualisasi model.

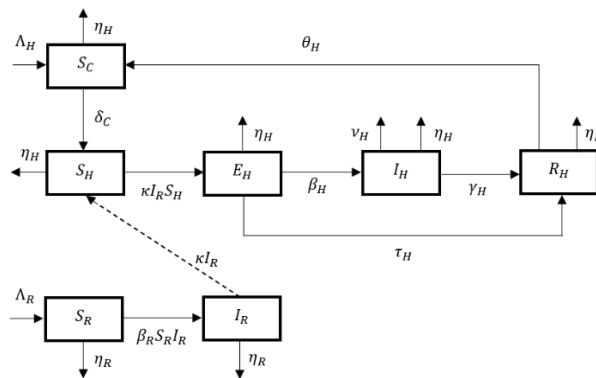
3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Model ini menyempurnakan penelitian Artiono *et al.* (2024) dan Amalia & Prawoto (2024) dengan menambahkan kompartemen manusia terpapar (E) dan pola hidup bersih dan sehat (S_C), sehingga dinamika penularan lebih menggambarkan kondisi nyata.

3.1. Kontruksi Model Matematika SSEIR – SI

Penelitian ini memiliki model interaksi antara dua jenis populasi yaitu populasi manusia, dan populasi hewan vektor tikus yang berperan dalam penyebaran infeksi leptospirosis. Pada populasi manusia, setiap waktu pada t , populasi terbagi menjadi beberapa kompartemen, yaitu populasi manusia dengan pola hidup bersih dan sehat $S_C(t)$, populasi manusia yang rentan $S_H(t)$, populasi manusia yang terpapar bakteri leptospira $E_H(t)$, populasi manusia terinfeksi bakteri leptospira $I_H(t)$ dan populasi manusia sembuh $R_H(t)$. Kemudian pada populasi tikus setiap waktu pada t terbagi menjadi populasi tikus yang rentan $S_R(t)$ dan populasi tikus yang terinfeksi bakteri leptospira $I_R(t)$, tikus berfungsi sebagai hewan reservoir utama.

Pada penelitian ini, dibuat beberapa asumsi untuk memberi kemudahan dalam menyusun model matematika penyebaran penyakit Leptospirosis dengan pola hidup bersih dan sehat pada populasi manusia yaitu (1) Diasumsikan setiap populasi bersifat tertutup, (2) Penyebaran penyakit leptospirosis terbatas pada manusia dan vektor tikus, (3) hanya vektor yang dapat menularkan infeksi ke manusia, sedangkan manusia tidak dapat menularkan infeksi kembali ke vektor, (4) Tidak terjadi penularan penyakit leptospirosis antar manusia, (5) Semua individu manusia yang lahir masuk kedalam pola hidup bersih dan sehat, (6) Vektor tikus yang terinfeksi tidak dapat sembuh, (7) Vektor tikus yang terinfeksi tidak mati karena penyakit leptospirosis, (8) Semua vektor yang lahir dianggap rentan, (9) Setiap individu manusia yang sembuh menerapkan pola hidup bersih dan sehat, (10) Terdapat kematian pada populasi manusia akibat infeksi. Dengan demikian asumsi tersebut dapat divisualisasikan melalui diagram kompartemen penyebaran penyakit Leptospirosis seperti pada gambar berikut.



Gambar 1. Diagram Alir Model SSEIR-SI

Dari diagram kompartemen penyebaran penyakit Leptospirosis tersebut dapat di susun persamaan differensial biasa sebagai berikut.

$$\frac{dS_C}{dt} = \Lambda_H + \theta_H R_H - (\eta_H - \delta_C) S_C \quad (1)$$

$$\frac{dS_H}{dt} = \delta_C S_C - (\eta_H + \kappa I_R) S_H \quad (2)$$

$$\frac{dE_H}{dt} = \kappa I_R S_H - (\eta_H + \beta_H + \tau_H) E_H \quad (3)$$

$$\frac{dI_H}{dt} = \beta_H E_H - (v_H + \eta_H + \gamma_H) I_H \quad (4)$$

$$\frac{dR_H}{dt} = \gamma_H I_H + \tau_H E_H - (\eta_H + \theta_H) R_H \quad (5)$$

$$\frac{dS_R}{dt} = \Lambda_R - (\eta_R + \beta_R I_R) S_R \quad (6)$$

$$\frac{dI_R}{dt} = \beta_R I_R S_R - \eta_R I_R \quad (7)$$

Semua parameter pada persamaan diatas di asumsikan tidak negatif untuk setiap $t > 0$, dengan kondisi awal $S_M(t_0) \geq 0, E_M(t_0) \geq 0, I_M(t_0) \geq 0, R_M(t_0) \geq 0, S_T(t_0) \geq 0, I_T(t_0) \geq 0, L(t_0) \geq 0$. Dimana $t \geq t_0$ adalah waktu dalam hari, sedangkan t_0 merupakan awal dari penyebaran penyakit Leptospirosis

Tabel 1 Parameter Description of (ODE)

Parameter	Deskripsi
Λ_D	Laju kelahiran pada populasi manusia
Λ_R	Laju kelahiran pada populasi hewan vektor tikus
δ_C	Laju subpopulasi manusia dengan pola hidup bersih dan sehat ke subpopulasi manusia rentan.
κ	Laju infeksi subpopulasi manusia rentan oleh subpopulasi tikus terinfeksi.
β_H	Laju penularan subpopulasi manusia terpapar ke subpopulasi manusia terinfeksi.
β_R	Laju penularan subpopulasi hewan vektor tikus rentan ke subpopulasi hewan vektor tikus terinfeksi
γ_H	Laju penularan subpopulasi manusia terinfeksi ke subpopulasi manusia sembuh.
τ_H	Laju kesembuhan dari subpopulasi manusia terpapar.
ν_H	Laju kematian subpopulasi manusia terinfeksi akibat penyakit leptospirosis.
θ_H	Laju penularan dari subpopulasi manusia sembuh ke subpopulasi manusia dengan pola hidup bersih dan sehat.
η_H	Laju kematian alami pada populasi manusia.
η_R	Laju kematian alami pada populasi hewan vektor tikus.

3.2. Titik Kestimbangan

Dalam menemukan titik kesetimbangan sistem sebagai solusi model matematika berbasis sistem persamaan differensial biasa (ODE) non-linier, dilakukan dengan menyamakan sisi kanan setiap persamaan dengan nol. Dengan demikian menghasilkan dua titik kesetimbangan yaitu kesetimbangan bebas penyakit dan kesetimbangan endemik.

$$\frac{dS_C}{dt} = \frac{dS_H}{dt} = \frac{dE_H}{dt} = \frac{dI_H}{dt} = \frac{dR_H}{dt} = \frac{dS_R}{dt} = \frac{dI_R}{dt} = 0$$

Didapatkan kesetimbangan bebas penyakit sebagai berikut.

$$E^0 = \left(\frac{\Lambda_H}{\eta_H + \delta_C}, \frac{\Lambda_H \delta_C}{(\eta_H + \delta_C) \eta_H}, 0, 0, 0, \frac{\Lambda_R}{\eta_R}, 0 \right)$$

3.3. Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Bilangan reproduksi dasar merupakan batas dalam bidang matematika untuk melihat suatu populasi dapat berpotensi terjadi penyebaran penyakit. Batas terjadinya penyebaran penyakit yang terus ada pada bilangan reproduksi dasar yaitu ketika $R_0 > 1$, kemudian batas penyakit akan hilang seiring berjalannya waktu ketika $R_0 < 1$. Dalam penelitian ini penentuan nilai bilangan reproduksi dasar menggunakan *Next Generation Matrix* (NGM) dengan memilih subpopulasi yang menyebarkan penyakit yaitu E_H, I_H dan I_R . Dari system persamaan differensial biasa tersebut diperoleh matrix jacobian yaitu

$$J(E_H, I_H, I_R) = \begin{bmatrix} -(\eta_H + \beta_H + \tau_H) & 0 & \kappa S_H \\ \beta_H & -(v_H + \eta_H + \gamma_H) & 0 \\ 0 & 0 & \beta_R S_R - \eta_R \end{bmatrix}$$

Kemudian $J(I_D, I_R, L)$ dinyatakan $F - V$, dengan F adalah matriks transmisi atau matriks dengan laju infeksi baru yang dihasilkan oleh individu terinfeksi, sementara V adalah matriks yang menunjukkan laju kematian atau transisi antar subpopulasi infeksi.

$$J(I_D, I_R, L) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \kappa S_H \\ \beta_H & 0 & \beta_R S_R \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \eta_H + \beta_H + \tau_H & 0 & 0 \\ 0 & v_H + \eta_H + \gamma_H & 0 \\ 0 & 0 & \eta_R \end{bmatrix}$$

Mencari V^{-1} ,

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta_H + \beta_H + \tau_H} & 0 & 0 \\ \frac{\beta_H}{(\eta_H + \beta_H + \tau_H)(v_H + \eta_H + \gamma_H)} & \frac{1}{v_H + \eta_H + \gamma_H} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\eta_R} \end{bmatrix}$$

Dengan mencari nilai eigen terbesar dari $F \cdot V^{-1}$ Kemudian substitusi kesetimbangan bebas penyakit E^0 kedalam persamaan bilangan reproduksi dasar. Sehingga didapat nilai bilangan reproduksi dasar sebagai berikut.

$$R_0 = \frac{\beta_R \Lambda_R}{\eta_R^2}$$

3.4. Kestabilan Local Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Titik kesetimbangan bebas penyakit dinyatakan stabil secara local jika semua nilai eigen dari matriks Jacobian memiliki nilai real negatif, menunjukkan bahwa sistem secara alami akan mempertahankan keadaan bebas penyakit walaupun ada gangguan di titik kritisnya. Nilai eigen tersebut diperoleh dengan menyusun matriks Jacobian berdasarkan turunan parsial dari persamaan (1) hingga (7) pada titik kesetimbangan bebas penyakit.

$$E^0 = \left(\frac{\Lambda_H}{\eta_H + \delta_C}, \frac{\Lambda_H \delta_C}{(\eta_H + \delta_C) \eta_H}, 0, 0, 0, \frac{\Lambda_R}{\eta_R}, 0 \right)$$

Dapat diperoleh matrix jacobian sebagai berikut.

$J(E^0)$

$$= \begin{bmatrix} \eta_H - \delta_C & 0 & 0 & 0 & \theta_H & 0 & 0 \\ \delta_C & -\kappa H_R - \eta_H & 0 & 0 & 0 & 0 & -\kappa S_H \\ 0 & \kappa H_R & -\eta_H - \beta_H - \tau_H & 0 & 0 & 0 & \kappa S_H \\ 0 & 0 & \beta_H & -\gamma_H - \eta_H - \nu_H & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau_H & \gamma_H & -\theta_H - \eta_H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -H_R \beta_R - \eta_R & -\beta_R S_R \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_R \beta_R & \beta_R S_R - \eta_R \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh nilai eigen dari matriks Jacobian tersebut adalah

$$\lambda_1 = -\eta_R, \quad \lambda_2 = -\theta_H - \eta_H, \quad \lambda_3 = -\gamma_H - \eta_H - \nu_H, \quad \lambda_4 = -\eta_H - \beta_H - \tau_H, \quad \lambda_5 = -\eta_H, \\ \lambda_6 = -\eta_H - \delta_C, \quad \lambda_7 = \frac{\Lambda_R \beta_R - \eta_R^2}{\eta_R}. \text{ Untuk } \lambda_7 \text{ agar bernilai negatif memiliki syarat sebagai berikut.}$$

$$\frac{\Lambda_R \beta_R - \eta_R^2}{\eta_R} < 0; \quad \frac{\Lambda_R \beta_R}{\eta_R} - \eta_R < 0; \quad \frac{\Lambda_R \beta_R}{\eta_R} < \eta_R; \quad \frac{\Lambda_R \beta_R}{\eta_R^2} < 1$$

Maka λ_7 akan bernilai negative ketika syarat diatas terpenuhi. Dengan demikian, semua nilai eigen dari matriks Jacobian pada titik kesetimbangan bebas penyakit leptospirosis bernilai negatif, sehingga titik tersebut stabil asimtotik.

3.5. Kestabilan Titik Kesetimbangan Endmik

Pada bagian ini Solusi stabil untuk potensi penyakit tetap ada ditemukan pada model yaitu titik kesetimbangan endemik yang ditentukan oleh parameter batas R_0 . Jika $R_0 > 1$, kesetimbangan endemik akan muncul. Model ini memiliki satu kesetimbangan endemik, dinyatakan sebagai $E^1 = (S_C^*, S_H^*, E_H^*, I_H^*, R_H^*, S_R^*, I_R^*)$, dengan $S_C^* > 0, S_H^* > 0, E_H^* > 0, I_H^* > 0, R_H^* > 0, S_R^* > 0, I_R^* > 0$. Diasumsikan $I_H = I_H^*$ dan $I_R = I_R^*$ diperoleh titik kesetimbangan endemik sebagai berikut.

$$S_C^* = \frac{\Lambda_H}{(\eta_H - \delta_C)(\eta_H + \theta_H)} + \frac{\theta_H \gamma_H I_H^*}{(\eta_H + \theta_H)(\eta_H - \delta_C)(\eta_H + \theta_H)} + \frac{\theta_H(\nu_H + \eta_H + \gamma_H)I_H^* \tau_H}{(\beta_H \eta_H + \beta_H \theta_H)(\eta_H - \delta_C)(\eta_H + \theta_H)}; S_H^* = \\ \frac{\delta_C \Lambda_H}{(\eta_H - \delta_C)(\eta_H + \theta_H)(\eta_H + \kappa I_R^*)} + \frac{\delta_C \theta_H \gamma_H I_H^*}{(\eta_H + \theta_H)(\eta_H - \delta_C)(\eta_H + \theta_H)(\eta_H + \kappa I_R^*)} + \frac{\delta_C \theta_H(\nu_H + \eta_H + \gamma_H)I_H^* \tau_H}{(\beta_H \eta_H + \beta_H \theta_H)(\eta_H - \delta_C)(\eta_H + \theta_H)(\eta_H + \kappa I_R^*)}; \\ E_H^* = \frac{(\nu_H + \eta_H + \gamma_H)I_H^*}{\beta_H}; I_H^* = I_H^*; R_H^* = \frac{\gamma_H I_H^*}{\eta_H + \theta_H} + \frac{(\nu_H + \eta_H + \gamma_H)I_H^* \tau_H}{\beta_H(\eta_H + \theta_H)}; S_R^* = \frac{\Lambda_R}{\eta_R + \beta_R I_R^*}; I_R^* = I_R^*$$

Kesetimbangan endemik ini tidak dapat disajikan secara rinci dalam artikel ini karena kompleksitas hasil. Oleh sebab itu, analisis tersebut akan dieksplorasi lebih lanjut melalui simulasi numerik yang akan dibahas pada bagian berikutnya.

3.6. Simulasi

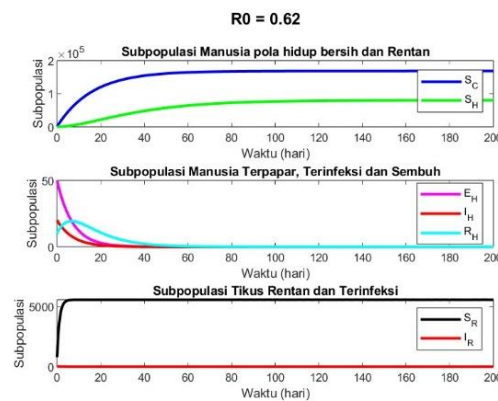
Dalam melihat dinamika penyebaran penyakit leptospirosis dapat dilakukan dengan simulasi numerik model matematika yang telah dibuat. Parameter yang digunakan dalam melakukan simulasi numerik, diperoleh dari beberapa sumber dan asumsi disajikan pada Table 2.

Tabel 2. Nilai Parameter

Parameter	Nilai	Referensi
Λ_D	10451	(Artiono dkk,2020)

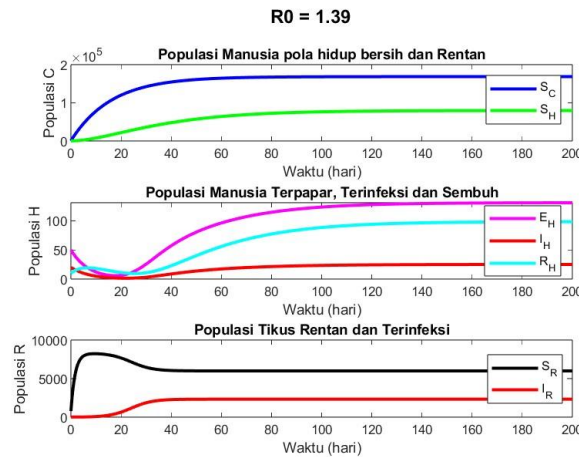
Λ_R	5000	(Artiono dkk,2020)
δ_C	0.02	Asumsi
κ	0.0000001	Asumsi
β_H	0.05	(Artiono dkk,2020)
β_R	0.0001	Asumsi
γ_H	0.1	(Artiono dkk,2020)
τ_H	0.05	(Artiono dkk,2020)
ν_H	0.118	(Kemenkes RI 2023)
θ_H	0.05	(Artiono dkk,2020)
η_H	0.042	(Artiono dkk,2020)
η_R	0.9	(Artiono dkk,2020)

Dengan menggunakan nilai parameter tersebut dan nilai awal $S_C(0) = 1000, S_H(0) = 500, E_H(0) = 50, I_H(0) = 20, R_H(0) = 10, S_R(0) = 800, I_R(0) = 30$ dilakukan simulasi numerik menggunakan bantuan software MATLAB dengan tools ODE45 sebagai berikut.



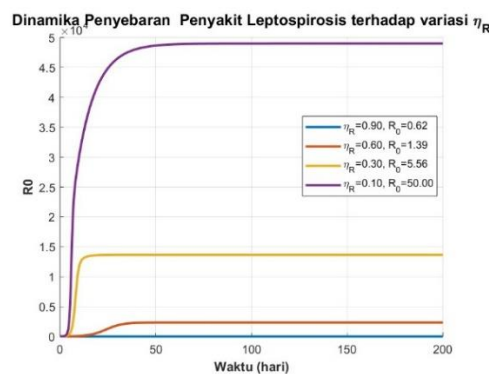
Gambar 2 Kondisi populasi ketika $R_0 < 1$

Dengan menggunakan parameter pada table 2 diperoleh analisis kestabilan bebas penyakit secara numerik untuk tiap nilai eigen yaitu $\lambda_1 = -0.042, \lambda_2 = -0.062, \lambda_3 = -0.092, \lambda_4 = -0.26, \lambda_5 = -0.142, \lambda_6 = -0.9, \lambda_7 = -0.34$, karena semua nilai eigen yang diperoleh negatif maka titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik dengan $R_0 = 0.62$. Pada Gambar 2 terlihat kondisi pada tiap subpopulasi ketika $R_0 < 1$ pada rentang 200 hari, dimana pada subpopulasi manusia dengan pola hidup bersih dan sehat S_C , subpopulasi manusia rentan S_H dan subpopulasi hewan vektor tikus rentan S_R meningkat secara signifikan. Sedangkan subpopulasi manusia terpapar E_H , subpopulasi manusia terinfeksi I_H , subpopulasi manusia sembuh R_H dan subpopulasi hewan vektor tikus terinfeksi I_R menurun secara signifikan menuju 0.



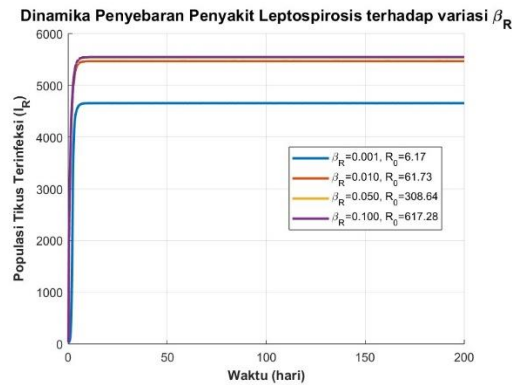
Gambar 3 Kondisi populasi ketika $R_0 > 1$

Dengan parameter pada Tabel 2 dan modifikasi $\eta_R = 0.6$, diperoleh nilai eigen $\lambda_1 = -0.042, \lambda_2 = -0.064, \lambda_3 = -0.014, \lambda_4 = -0.09, \lambda_5 = -0.26, \lambda_6 = -1.5, \lambda_7 = -0.5$. Karena seluruh nilai eigen negatif, titik kesetimbangan endemik bersifat stabil asimtotik dengan $R_0 = 1.39$. Pada Gambar 3, saat $R_0 > 1$ dengan rentang waktu 200 hari, subpopulasi manusia bersih dan sehat (S_C), manusia rentan (S_H), dan tikus rentan (S_R) meningkat signifikan, begitu pula subpopulasi terpapar (E_H), terinfeksi (I_H), sembuh (R_H), dan tikus terinfeksi (I_R). Dengan memodifikasi η_R menunjukkan bahwa semakin kecil kematian alami tikus, laju penularan antar tikus (β_R) meningkat sehingga penyebaran leptospirosis meluas. Oleh karena itu, dilakukan simulasi lanjutan untuk menganalisis pengaruh variasi η_R dan β_R .



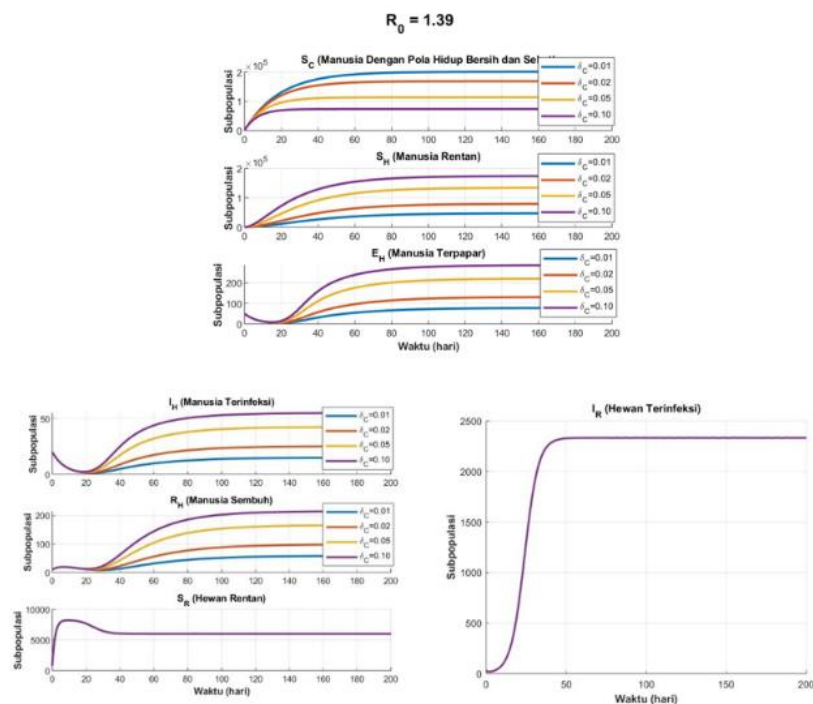
Gambar 4 Kondisi Ketika η_R dimodifikasi

Pada gambar 4 terlihat bahwa Ketika semakin kecil nilai η_R maka nilai dengan $\beta_R = 0.0001$ dari bilangan reproduksi dasar R_0 akan meningkat secara signifikan pada rentang waktu 200 hari. Fenomena ini menunjukkan bahwa perubahan laju kematian alami pada hewan vektor tikus berpengaruh pada penyebaran penyakit leptospirosis. Penurunan nilai η_R menyebabkan masa hidup hewan vektor tikus dalam populasi menjadi lebih panjang, sehingga transmisi bakteri leptospira hewan vektor tikus dengan hewan vektor tikus dan hewan vektor tikus dengan manusia semakin tinggi. Selanjutnya akan dilakukan simulasi dengan memodifikasi nilai parameter β_R sebagai berikut.



Gambar 5 Kondisi ketika β_R dimodifikasi

Pada Gambar 5 terlihat bahwa ketika β_R nilainya semakin besar dengan nilai parameter $\eta_R = 0.9$ menyebabkan nilai dari bilangan reproduksi dasar R_0 akan semakin besar pada rentang waktu 200 hari. Fenomena ini menunjukkan bahwa perubahan laju penularan subpopulasi hewan vektor rentan ke subpopulasi hewan vektor terinfeksi mempengaruhi penyebaran penyakit leptospirosis. Semakin besar nilai β_R semakin tinggi transmisi bakteri leptospira diantara populasi hewan vektor, sehingga meningkatkan transmisi bakteri leptospira pada populasi manusia rentan. Pada kondisi $R_0 > 1$, system menunjukkan keadaan endemik stabil. Namun, ketika laju penularan subpopulasi manusia dengan pola hidup bersih dan sehat ke subpopulasi manusia rentan semakin ditekan maka terjadi perubahan pada dinamika penyebaran penyakit leptospirosis pada keadaan endemik.



Gambar 6 Simulasi parameter δ_C

Pada simulasi Gambar 5 dengan rentang waktu 200 hari terlihat bahwa semakin kecil nilai parameter δ_C , jumlah manusia dengan pola hidup bersih dan sehat (S_C) meningkat signifikan, sedangkan subpopulasi rentan (S_H), terpapar (E_H), terinfeksi (I_H), dan sembuh (R_H) menurun. Hal ini menunjukkan bahwa δ_C berperan penting dalam mengendalikan penyebaran leptospirosis pada

kondisi endemik. Sementara itu, populasi hewan vektor tidak terpengaruh karena δ_C hanya memengaruhi dinamika manusia, sedangkan dinamika tikus dipengaruhi oleh laju infeksi antar hewan (β_R) dan kematian alaminya (η_R).

4. Kesimpulan

Dari penelitian ini didapatkan model matematika penyebaran penyakit leptospirosis pada manusia dengan kesadaran pola hidup bersih dan sehat dapat dibentuk dengan persamaan diferensial. Model memiliki dua titik kesetimbangan yaitu bebas penyakit dan endemik. Bilangan reproduksi dasar didapatkan dengan menggunakan metode *Next Generation Matrix* (NGM) yaitu $\frac{\beta_R \Lambda_R}{\eta_R^2}$. Hasil simulasi menunjukkan bahwa peningkatan laju kematian tikus (η_R) dan penurunan laju transmisi bakteri (β_R) mengurangi penyebaran penyakit. Selain itu, laju perpindahan manusia dari subpopulasi bersih dan sehat ke rentan (δ_C) berpengaruh pada kondisi endemik, semakin tinggi kesadaran hidup bersih, dinamika penyebaran leptospirosis semakin menurun.

5. Referensi

- Amalia, I. I., & Prawoto, B. P. (2024). BILANGAN REPRODUKSI DASAR MODEL PENYEBARAN LEPTOSPIROSIS DENGAN ADANYA KESADARAN BERPERILAKU HIDUP BERSIH DAN SEHAT. In *Jurnal Ilmiah Matematika* (Vol. 12).
- Artiono, R., Prawoto, B. P., Savitri, D., Maulana, D. A., Hamdan, N. I., Latif, N. S. A., & Hadi, N. A. (2024). Mathematical Analysis and Numerical Simulation on Free-Living Leptospira: A Mathematical Modeling Perspective. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 17(3), 1637–1658. <https://doi.org/10.29020/nybg.ejpam.v17i3.5178>
- Bradley, E. A., & Lockaby, G. (2023). Leptospirosis and the Environment: A Review and Future Directions. In *Pathogens* (Vol. 12, Issue 9). Multidisciplinary Digital Publishing Institute (MDPI). <https://doi.org/10.3390/pathogens12091167>
- Centers for Disease Control, & Prevention. (2018). *Leptospirosis: Fact Sheet for Clinicians*. Centers for Disease Control and Prevention, U.S. Department of Health and Human Services.
- Centers for Disease Control, & Prevention. (2023). *Public Health Reference Sheet: Leptospirosis*. Centers for Disease Control and Prevention.
- Cosson, J. F., Picardeau, M., Mielcarek, M., Tatard, C., Chaval, Y., Suputtamongkol, Y., Buchy, P., Jittapalapong, S., Herbreteau, V., & Morand, S. (2014). Epidemiology of Leptospira Transmitted by Rodents in Southeast Asia. *PLoS Neglected Tropical Diseases*, 8(6). <https://doi.org/10.1371/journal.pntd.0002902>
- Costa, F., Hagan, J. E., Calcagno, J., Kane, M., Torgerson, P., Martinez-Silveira, M. S., Stein, C., Abela-Ridder, B., & Ko, A. I. (2015). Global Morbidity and Mortality of Leptospirosis: A Systematic Review. *PLoS Neglected Tropical Diseases*, 9(9), e0003898. <https://doi.org/10.1371/journal.pntd.0003898>
- Goarant, C. (2016). Leptospirosis: risk factors and management challenges in developing countries. *Research and Reports in Tropical Medicine*, Volume 7, 49–62. <https://doi.org/10.2147/rrtm.s102543>
- Haake, D. A., & Levett, P. N. (2015). Leptospirosis in Humans. In *Current Topics in Microbiology and Immunology* (Vol. 387, pp. 65–97). Springer-Verlag Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-662-45059-8_5
- Kementerian Kesehatan RI. (2019). *Profil Kesehatan Indonesia 2019*.
- Kementerian Kesehatan RI. (2023). *Profil Kesehatan Indonesia 2023*.
- Minter, A., Diggle, P. J., Costa, F., Childs, J., Ko, A. I., & Begon, M. (2017). Evidence of multiple intraspecific transmission routes for Leptospira acquisition in Norway rats (*Rattus*

norvegicus). *Epidemiology and Infection*, 145(16), 3438–3448.
<https://doi.org/10.1017/S0950268817002539>

Organization, W. H. (2018). *Leptospirosis: Fact Sheet*.

Rachmawati, I., Adi, M. S., & Nurjazuli, N. (2023). Literature Review: Environmental Risk Factors of Leptospirosis in Indonesia. *Poltekita : Jurnal Ilmu Kesehatan*, 16(4), 505–512.
<https://doi.org/10.33860/jik.v16i4.1230>

Rajapakse, S. (2022). Leptospirosis: Clinical aspects. In *Clinical Medicine, Journal of the Royal College of Physicians of London* (Vol. 22, Issue 1, pp. 14–17). Royal College of Physicians.
<https://doi.org/10.7861/clinmed.2021-0784>

Ridha Rahayu, I., & Subhan, M. (2022). Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Leptospirosis dengan Pengaruh Treatment. *Journal Of Mathematics UNP*, 7(1), 28–40.

Susan, K., Noor, M., & Supar, D. (n.d.). *LEPTOSPIROSIS PADA HEWAN DAN MANUSIA DI INDONESIA*.

Sutiningsih, D., Sari, D. P., Permatasari, C. D., Azzahra, N. A., Rodriguez-Morales, A. J., Yuliawati, S., & Maharani, N. E. (2024). Geospatial Analysis of Abiotic and Biotic Conditions Associated with Leptospirosis in the Klaten Regency, Central Java, Indonesia. *Tropical Medicine and Infectious Disease*, 9(10). <https://doi.org/10.3390/tropicalmed9100225>

Sykes, J. E., Haake, D. A., Gamage, C. D., Mills, W. Z., & Nally, J. E. (2022). A global one health perspective on leptospirosis in humans and animals. *Journal of the American Veterinary Medical Association*, 260(13), 1589–1596. <https://doi.org/10.2460/javma.22.06.0258>