

Analisis Kesulitan Mahasiswa Matematika Dalam Integral Dasar

Siprianus Suban Garak

Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Nusa
siprianusgarak@gmail.com

Abstract

The purpose of this study was to determine the extent of students' difficulties in solving basic integral engineering questions. Data obtained through tests and interviews. Data validation was carried out using triangulation techniques and participation extension. Furthermore, data analysis was carried out descriptively qualitatively with inductive methods.

The results of the study revealed that the main difficulty for students in solving basic integral technique questions is the difficulty in distinguishing integral forms. Most students still experience problems in distinguishing integral forms such as $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$ and $\int \frac{du}{u^2+a^2}$. This happens because the three forms look almost the same when stated in the questions. Most students direct the solution from the form $\int U^n du$ to the form $\int \frac{du}{u}$ and $\int \frac{du}{u^2+a^2}$ or alternatively they use the solution method of $\int \frac{du}{u^2+a^2}$ for questions of the form $\int U^n du$ and $\int \frac{du}{u}$. Most students are also unable to distinguish between the forms $\int U^n du$ which are expressed in the numerator and denominator in the forms $\int \frac{du}{u}$ and $\int \frac{du}{u^2+a^2}$. Thus, the result of $\int U^n du$ is often obtained in the form of natural logarithm and arcus tangent.

Keyword: difficulty, integral technique

Abstrak

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui sejauhmana kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal teknik integral dasar. Data diperoleh melalui test dan wawancara. Validasi data dilakukan dengan teknik triangulasi dan perpanjangan keikutsertaan. Selanjutnya analisis data dilakukan secara deskriptif kualitatif dengan metode induktif.

Hasil penelitian mengungkapkan kesulitan utama mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal teknik integral dasar adalah kesulitan dalam membedakan bentuk-bentuk integral. Kebanyakan mahasiswa masih mengalami kendala dalam membedakan bentuk-bentuk integral seperti $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$ dan $\int \frac{du}{u^2+a^2}$. Hal ini terjadi karena ketiga bentuk tersebut kelihatan hampir sama jika dinyatakan dalam soal-soal. Kebanyakan mahasiswa mengarahkan penyelesaian dari bentuk $\int U^n du$ kedalam bentuk $\int \frac{du}{u}$ dan $\int \frac{du}{u^2+a^2}$. atau sebaliknya mereka menggunakan metode penyelesaian dari $\int \frac{du}{u^2+a^2}$ untuk soal-soal bentuk $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$. Kebanyakan mahasiswa juga tidak mampu membedakan bentuk $\int U^n du$ yang dinyatakan dalam pembilang dan penyebut dengan bentuk $\int \frac{du}{u}$ dan $\int \frac{du}{u^2+a^2}$. sehingga sering diperoleh hasil dari $\int U^n du$ dalam bentuk logaritma natural dan arcus tangen.

Kata Kunci: kesulitan, teknik integral

1. Pendahuluan

Kalkulus II merupakan salah satu mata kuliah dasar pada Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Nusa Cendana. Mata kuliah ini diajarkan di semester II atau pada tahun pertama yang merupakan lanjutan dari mata kuliah Kalkulus I yang sudah dipelajari pada semester I sebelumnya. Sesuai kurikulum Program Studi Pendidikan

Matematika, ada beberapa topik utama yang dipelajari dalam Kalkulus II antara lain: Integral sebagai anti turunan, rumus-rumus dasar integral, integral parsial (bagian), integral fungsi trigonometri, integral substitusi trigonometri, dan integral pecahan parsial. Beberapa bentuk integral dapat diperlihatkan sebagai seperti $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$ dan $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$ dan lain-lain (Dale et al., 2007). Machromah et al. (2017) dan Monariska (2019) mengungkapkan bahwa penguasaan terhadap materi integral merupakan prasyarat untuk mata kuliah yang lebih kompleks, seperti persamaan differensial, kalkulus peubah banyak, dan analisis kompleks.

Dari berbagai bentuk integral yang disajikan di atas, maka seorang mahasiswa harus benar-benar memahami dan membedakan bentuk integral antara yang satu dengan yang lain agar dapat menyelesaikan soal-soal integral secara benar. Pengalaman menunjukkan bahwa jika soal-soal yang diberikan pada saat perkuliahan yaitu pada saat sedang membahas sebuah bentuk integral tertentu, maka pada umumnya para mahasiswa dapat menyelesaikan soal-soal dengan benar karena mereka melakukan pekerjaan dengan mengikuti contoh yang sedang dibahas. Hal yang berbeda terjadi jika para mahasiswa diberikan soal-soal yang bervariasi yang melibatkan berbagai bentuk integral secara keseluruhan, maka mereka sering mengalami kesulitan dalam membedakan bentuk-bentuk integral. Salah satu topik matematika yang menjadi kelemahan mahasiswa adalah teknik integral (Monariska, 2019). Sebagian mahasiswa tidak mampu menyelesaikan soal-soal integral tingkat sekolah menengah. Kemampuan ini sesungguhnya merupakan bawaan sejak sekolah menengah dimana para siswa juga sulit mengerjakan soal-soal integral yang bervariasi. Amelia & Yadriska (2019) dan Fahrurrozi et al. (2022) menganalisis kemampuan dasar integral bagi siswa SMA diperoleh bahwa kemampuan para siswa dalam menyelesaikan soal-soal Integral masih dikategorikan rendah. Para siswa masih sangat fokus kepada masalah teknis dan rumus sehingga mengalami kesulitan dalam menghadapi soal-soal yang bervariasi.

Dari gambaran di atas, maka penelitian ini dilakukan untuk mengetahui sejauhmana pemahaman mahasiswa dan **kesulitan mahasiswa** dalam menyelesaikan soal-soal integral yang bervariasi sehingga pada akhirnya dapat dicari metode perkuliahan yang tepat untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa.

2. Metode Penelitian

Penelitian diawali dengan analisis situasi. Ada dua hal yang dilakukan dalam analisis situasi yaitu analisis isi materi kurikulum dan identifikasi materi kuliah yang sudah diajarkan pada semester II tahun kuliah 2021-2022. Selanjutnya dilakukan test kepada 40 mahasiswa. Ada 8 nomor soal test berbentuk subjektive yang melibatkan beberapa bentuk intehral sebagai berikut:

$$\begin{array}{lll} 1. \int (x^5 - 4x^3 + 5x - 7) dx & 2. \int x(9x^2 + 25)^6 dx & 3. \int \frac{x}{9x^2 + 36} dx \\ 4. \int \frac{x}{(9x^2 + 36)^5} dx & 5. \int \frac{dx}{9x^2 + 36} & 6. \int \frac{x+2}{9x^2 + 36} dx \\ 7. \int \sin^3 x dx & 8. \int xe^x dx & \end{array}$$

Hasil test ditabulasi dan dikategorikan dalam 3 kelompok yaitu tinggi, sedang, dan rendah. Dari tiap kelompok, dipilih 2 orang sebagai subjek penelitian. untuk diwawancarai. Data test dan wawancara divalidasi melalui 2 teknik yaitu teknik triangulasi dan perpanjangan keikutsertaan subjek (Moleong, 2012). Analisis data dilakukan secara deskriptif kualitatif dengan metode induktif.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

3.1. Analisis Data hasil Tes

Berikut ini disajikan beberapa hasil tabulasi tentang nilai-nilai yang diperoleh mahasiswa yang berkaitan dengan tingkat atau kategori perolehan nilai setiap mahasiswa, jumlah mahasiswa yang memperoleh skor pada nomor soal tertentu, serta rata-rata skor yang diperoleh mahasiswa pada setiap nomor soal.

Kategori atau pengelompokan mahasiswa sesuai hasil test dari 40 mahasiswa dapat diberikan pada tabel 1 berikut:

Tabel 1. Sebaran nilai hasil test Teknik Integral

No	Rentangan Nilai (N)	Jumlah Mahasiswa
1	$80 \leq N \leq 100$	2
2	$70 \leq N < 80$	3
3	$60 \leq N < 70$	7
4	$50 \leq N < 60$	11
5	$N < 50$	17

Dari tabel di atas, terlihat bahwa hanya 2 mahasiswa yang memperoleh nilai lebih besar atau sama dengan 80, dan hanya 3 mahasiswa memperoleh nilai antara 70 sampai 80. Nilai dominan mahasiswa yaitu 17 mahasiswa atau 42,5% mahasiswa memperoleh nilai dibawah 50.

3.2. Analisis Data Test Tiap bentuk soal

Hasil test memperlihatkan bahwa tidak ada mahasiswa yang dapat mengerjakan dengan benar seluruh soal mulai dari soal nomor 1 sampai nomor 6. Hal ini membuktikan bahwa para mahasiswa sungguh tidak memahami teknik integral dasar serta filosofi integral dasar.

Hasil pekerjaan mahasiswa terlihat bahwa semua mahasiswa dapat mengerjakan soal nomor satu dengan benar. Hal ini dapat terjadi karena bentuk yang diberikan dalam soal adalah $\int x^n dx$ yang merupakan anti turunan sederhana. Selanjutnya terdapat 32 atau 80% mahasiswa yang dapat mengerjakan soal nomor 2 dengan benar. Hal yang paling membingungkan mahasiswa adalah soal nomor 3 sampai soal nomor 6. Soal nomor 3 adalah soal yang menghasilkan bentuk logaritma natural, namun sebagian besar mahasiswa memberikan hasil dalam bentuk arcus tangen. Disamping itu juga sebagian mahasiswa bahkan menafsir soal nomor 3 sebagai bentuk integral $\int U^n du$. Hal yang sama juga terjadi pada soal nomor 4, nomor 5, dan nomor 6. Soal nomor 4 adalah soal yang berbentuk $\int U^n du$, namun kebanyakan mahasiswa menafsirnya dan memberikan hasil dalam bentuk logaritma natural dan arcus tangen. Dengan kondisi seperti ini, terlihat bahwa para mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam membedakan bentuk-bentuk integral khususnya integral bentuk $\int U^n du$ yang dinyatakan dalam bentuk pembilang dan penyebut, bentuk integral yang mengarah ke logaritma natural, dan integral yang mengarah ke arcus tangen. Hal ini disebabkan oleh bentuk soal dari ketiga model tersebut yang kelihatannya hampir sama.

3.3. Analisis Data Wawancara

Interpretasi hasil wawancara kepada 6 orang subjek penelitian disajikan sebagai berikut:

Interpretasi hasil wawancara Subjek 1:

- Tidak dapat membedakan bentuk soal $\int U^n du$ yang dinyatakan dalam bentuk pembilang dan penyebut dengan bentuk soal integral dasar yang mengarah pada hasil dalam bentuk logaritma natural dan arcus tangen. Subjek juga belum mampu menyelesaikan soal-soal campuran integral dasar karena tidak dapat memecahkannya dalam bentuk-bentuk yang berbeda.
- Dapat memahami integral fungsi trigonometri dan integral parsial karena kedua bentuk ini berbeda dan mirip dengan beberapa bentuk integral di atas.

Interpretasi hasil wawancara Subjek 2:

- Dapat memahami bentuk soal $\int U^n du$ yang dinyatakan dalam bentuk sederhana maupun dalam bentuk pembilang dan penyebut.
- Tidak dapat memahami bentuk soal integral yang mengarah kepada hasil logaritma natural dan arcus tangen.
- Belum mampu menyelesaikan soal-soal campuran integral dasar karena tidak dapat memecahkannya dalam bentuk-bentuk yang berbeda.
- Tidak dapat memahami integral fungsi trigonometri yang lebih kompleks.
- Dapat memahami integral parsial secara baik karena bentuknya memiliki ciri berbeda dengan beberapa bentuk integral di atas.
- Pemahaman konsep integral belum dilakukan secara terintegrasi dimana pemahaman masih terpisah antara satu bentuk dengan bentuk yang lain.

Interpretasi hasil wawancara Subjek 3:

- Dapat memahami bentuk soal $\int U^n du$ yang dinyatakan dalam bentuk sederhana maupun dalam bentuk pembilang dan penyebut serta dapat memahami bentuk soal integral $\int \frac{du}{u}$ yang mengarah kepada hasil logaritma natural namun tidak dapat membedakannya dengan integral $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$ yang mengarah kepada hasil dalam bentuk arcus tangen.
- Tidak mampu menyelesaikan soal-soal campuran integral dasar yang melibatkan secara langsung $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$ dan $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$ karena tidak dapat misahkan bentuk soal kedalam ketiga bentuk yang ada di atas.
- Tidak dapat memahami integral fungsi trigonometri yang lebih kompleks seperti $\int \sin^n dx$ ataupun $\int \cos^n dx$ untuk $n \geq 2$. Pemahaman subjek-3 masih terbatas pada fungsi integral sederhana seperti $\int \sin ax dx$ ataupun $\int \cos ax dx$.
- Dapat memahami integral parsial secara baik karena memiliki ciri berbeda dengan beberapa bentuk integral di atas.
- Pemahaman terhadap konsep integral belum dilakukan secara terintegrasi.

Interpretasi hasil wawancara Subjek 4:

- Dapat memahami bentuk soal $\int U^n du$ yang dinyatakan dalam bentuk sederhana maupun dalam bentuk pembilang dan penyebut.
- Tidak dapat memahami bentuk soal integral $\int \frac{du}{u}$ dan $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$.
- Tidak mampu menyelesaikan soal-soal campuran integral.
- Tidak dapat memahami integral fungsi trigonometri yang lebih kompleks dimana pemahamannya hanya terbatas pada fungsi integral sederhana.
- Dapat memahami integral parsial secara baik karena memiliki ciri berbeda dengan beberapa bentuk integral di atas.

Interpretasi hasil wawancara Subjek 5:

- Dapat memahami bentuk soal $\int U^n du$ dalam berbagai variasi bentuk.
- Tidak dapat membedakan bentuk integral $\int \frac{du}{u}$ dan $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$ jika berhadapan dengan variasi soal.

- c. Tidak dapat memahami integral fungsi trigonometri yang lebih kompleks seperti $\int \sin^n dx$ ataupun $\int \cos^n dx$ untuk $n \geq 2$.
- d. Dapat memahami integral parsial secara baik dan mampu membedakannya dengan bentuk integral dasar seperti $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$ dan $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$.

Interpretasi hasil wawancara Subjek 6:

- a. Dapat memahami bentuk soal $\int U^n du$ yang dinyatakan dalam bentuk sederhana maupun dalam bentuk pembilang dan penyebut.
- b. Masih bingung dalam terhadap bentuk $\int \frac{du}{u}$ dan $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$.
- c. Tidak mampu menyelesaikan soal-soal campuran integral dasar karena tidak dapat memecahkannya dalam bentuk-bentuk yang berbeda.
- d. Tidak dapat memahami integral fungsi trigonometri yang lebih kompleks dimana pemahamannya hanya terbatas pada fungsi integral sederhana.
- e. Dapat memahami integral parsial secara baik karena bentuknya berbeda dengan beberapa bentuk integral di atas pada rumus-rumus dasar integral.
- f. Pemahaman konsep integral belum dilakukan secara terintegrasi dimana

3.4. Pembahasan

Hasil test kepada seluruh mahasiswa memperlihatkan bahwa tidak seorang mahasiswa pun yang dapat mengerjakan seluruh soal yang diberikan secara benar, bahkan tidak seorang mahasiswa pun yang dapat melakukan langkah awal penyelesaian dengan benar untuk menyelesaikan seluruh nomor soal yang diberikan. Hal ini menggambarkan bahwa pemahaman mahasiswa terhadap teknik integral dasar masih belum baik. Secara kuantitatif, rata-rata nilai yang diperoleh adalah 58,33. Rata-rata nilai ini masih berada dibawah standar nilai kelulusan minimal dimana belum memperoleh nilai C. Hal ini menggambarkan bahwa kemampuan menyelesaikan soal-soal integral dasar bagi mahasiswa matematika FKIP Undana masih sangat rendah.

Berdasarkan hasil test dan hasil wawancara serta interpretasi dari hasil wawancara terhadap setiap subjek, dapat dijelaskan bahwa pada umumnya pemahaman mahasiswa terhadap teknik integral dasar masih sangat rendah. Kesulitan utama para mahasiswa dalam mengerjakan soal-soal teknik-teknik integral dasar adalah bagaimana membedakan bentuk integral yang satu dengan bentuk integral yang lain. Karena kesulitan dalam membedakan bentuk-bentuk integral, maka mereka kesulitan dalam melakukan start dalam menyelesaikan soal-soal khususnya soal-soal campuran yang melibatkan dua atau lebih dari bentuk-bentuk integral. Bentuk integral yang sulit dibedakan oleh mahasiswa adalah $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$, serta $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$.

Walaupun mahasiswa mengalami kesulitan pada beberapa bentuk integral, namun di bagian tertentu mereka dapat mengerjakannya. Hal ini terlihat pada bagaimana mahasiswa mengerjakan soal-soal integral fungsi trigonometri dan integral parsial dimana pada umumnya para mahasiswa mampu melakukan langkah awal dengan benar. Sebagian besar mahasiswa juga dapat menyelesaikannya secara tuntas namun sebagiannya juga tidak dapat melanjutkan penyelesaiannya secara tuntas karena mereka mengalami kesulitan dalam masalah teknis perhitungan. Teknik integral fungsi trigonometri ini dapat dipahami oleh mahasiswa karena bentuk integral ini berbeda dengan dengan bentuk-bentuk integral yang lain seperti $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$, maupun $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$.

Jika ditinjau lebih jauh dari proses pekerjaan mahasiswa serta hasil wawancara maka sesungguhnya terlihat bahwa pola pikir mahasiswa cenderung tidak mengarah kepada pembentukan satu pola tentang bagaimana sesungguhnya filosofi berpikir teknik-teknik integral. Para mahasiswa belum menemukan suatu pola yang dapat dijadikan sebagai pegangan dalam mempelajari dan membedakan setiap bentuk integral yang dapat dijadikan sebagai dasar teori utama untuk pemahaman integral.

Pemahaman mahasiswa terhadap konsep materi integral masih dilakukan secara terpisah antara satu topik dengan topik lainnya dimana terkesan belum mengarah ke berpikir konsep integral secara filosofis. Belum adanya pemahaman konsep integral secara terintegrasi atau menyeluruh. Hal ini dapat dilihat dari hasil pekerjaan dan jawaban mahasiswa pada proses wawancara bahwa kebanyakan mahasiswa masih melakukan teknik coba-coba atau teknik tebakan metode penyelesaian dalam menyelesaikan sebuah soal. Pemikiran mahasiswa bahwa pemahaman materi integral adalah pemahaman masalah teknik semata sehingga mereka tidak memiliki pola yang jelas. Oleh karena itu diharapkan agar perkuliahan pada materi Integral Dasar dapat memperhatikan permasalahan di atas seperti tetap memberikan latihan soal bentuk integral yang sudah diajarkan sebelumnya dengan bentuk integral yang baru dipelajari sehingga mahasiswa tidak terkesan melakukan teknik coba-coba atau teknik tebakan tetapi memahami dengan benar bagaimana menyelesaikan setiap bentuk Integral.

4. Kesimpulan

Dari hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Pemahaman mahasiswa terhadap teknik integral masih sangat rendah. Tidak seorang mahasiswa pun yang dapat melakukan langkah awal dengan benar serta proses pengerjaan secara benar untuk setiap nomor soal yang diberikan.
2. Kesulitan utama seorang mahasiswa dalam mengerjakan soal-soal teknik-teknik integral dasar adalah bagaimana membedakan bentuk integral yang satu dengan bentuk integral yang lain. Karena kesulitan dalam membedakan bentuk-bentuk integral, maka mereka kesulitan dalam melakukan langkah awal dalam menyelesaikan soal-soal. Bentuk integral yang sulit dibedakan oleh mahasiswa adalah $\int U^n du$, integral dasar yang menghasilkan bentuk logaritma natural

yaitu $\int \frac{du}{u}$, serta integral yang mengarah ke hasil dalam bentuk arcus tangen yaitu $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$.

Karena kesulitan membedakan bentuk-bentuk tersebut, maka mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal-soal campuran yang melibatkan dua atau lebih dari bentuk-bentuk integral di atas.

3. Pada umumnya para mahasiswa mampu melakukan langkah awal dengan benar dalam menyelesaikan soal-soal integral fungsi trigonometri walaupun dalam proses pengerjaan mereka mengalami kesulitan dalam masalah teknis perhitungan sehingga tidak menghasilkan hasil akhir yang benar. Hal ini dimungkinkan karena bentuk integral fungsi trigonometri sangat

berbeda dengan bentuk-bentuk integral yang lain seperti $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$, maupun $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$.

4. Pada umumnya mahasiswa mampu mengerjakan soal integral parsial dimana semuanya dapat melakukan start dengan benar. Hal ini juga terjadi karena bentuk integral parsial sangat berbeda dengan bentuk-bentuk lain seperti $\int U^n du$, $\int \frac{du}{u}$, dan $\int \frac{du}{u^2 + a^2}$.

5. Referensi

- Amelia, S., & Yadrika, G. (2019). Analisis Kesalahan Siswa SMA dalam Menyelesaikan Soal Integral. In *Jurnal Ilmiah Dikdaya* (Vol. 9, Issue 1). Online. <https://doi.org/10.33087/dikdaya.v9i1.132>
- Dale, V., Purcell, E. J., & Rigdon, S. (2007). *Calculus (Ninth Edition)* - Varberg, Purcell, Rigdon.
- Fahrurrozi, F., Haliliah, H., Hayati, N., & Rastini, R. (2022). Analisis Kesulitan Belajar Matematika Materi Integral Siswa SMAN 2 Aikmel. *LAMBDA : Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA Dan Aplikasinya*, 2(2), 27–35. <https://doi.org/10.58218/lambda.v2i2.193>
- Machromah, I. U., Eriska, M., & Purnomo, R. (2017). *PROCESS SKILL ERROR: THE MAJORITY STUDENT'S ERROR IN PROBLEM SOLVING OF INTEGRAL CALCULUS*. 5(3).
- Monariska, E.-. (2019). Analisis kesulitan belajar mahasiswa pada materi integral. *Jurnal Analisa*, 5(1), 9–19. <https://doi.org/10.15575/ja.v5i1.4181>
- Moleong, Lexy J. (2012). *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung : PT Remaja Rosdakarya.